



Для  
билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 3

$x^2 - x - a(a-1) = 0$  — есть 2 корня:  $x_1$  и  $x_2$ ; пусть  
тогда  $x_1 > x_2 > \frac{1}{3}$  ;  $x_1 > \frac{1}{3}$  ;  $x_2 > \frac{1}{3}$

уравнение квадратное, есть 2 корня, когда  $D > 0$

$$D = 1^2 + 1 \cdot 4 \cdot (a \cdot (a-1)) = 1 + 4(a^2 - a) = 4a^2 - 4a + 1 =$$
$$= (2a-1)^2 \geq 0; (2a-1)^2 = 0, \text{ если } 2a-1=0 \Rightarrow a = \frac{1}{2},$$

во всех остальных случаях 2 корня

Решим отн.  $x$

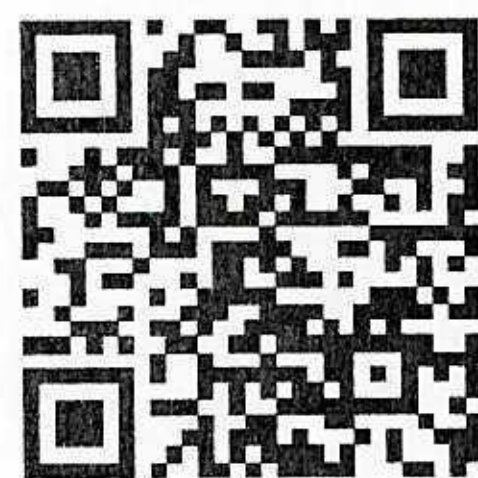
$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{(2a-1)^2}}{2} = \frac{1 + |2a-1|}{2} = \frac{1 + 2a - 1}{2} = a$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{(2a-1)^2}}{2} = \frac{1 - |2a-1|}{2} = \frac{1 - 2a + 1}{2} = -a + 1$$

$\begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ -a + 1 > \frac{1}{3} \\ a \neq \frac{1}{2} \end{cases} ; \begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ a \end{cases}$

$\begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ -a + 1 > \frac{1}{3} \\ a \neq \frac{1}{2} \end{cases} ; \begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ a < \frac{2}{3} \\ a \neq \frac{1}{2} \end{cases} ; a \in (\frac{1}{3}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$   
Ответ:  $a \in (\frac{1}{3}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$





$\sqrt{2}$

$$\begin{cases} \sqrt{-|y-x|} + 1 > 0 \\ (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } -|y-x| \geq 0 \Rightarrow |y-x| \leq 0 \Rightarrow y-x=0 \Rightarrow y-x=0 \Rightarrow y=x.$$

$$\text{Т.к. } y=x, \text{ то}$$

$$\sqrt{-|y-x|} + 1 = \sqrt{-0} + 1 = 1; 1 > 0, \\ \text{и условие всегда верно}$$

$$(-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \cdot |2 - \sqrt{3}|) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-6 + \sqrt{37} + (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$(-5 + \sqrt{37}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{37} = 0$$

$$\cancel{5 - \sqrt{37}}$$

$$(-5 + \sqrt{37}) \cdot |x| = -5 + \sqrt{37}$$

$$|x| = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$(x; y) = (1; 1) \text{ или } (-1; -1)$$

$$\text{Ответ: } (1; 1) \text{ или } (-1; -1)$$





№4  
 $2|x-2|-a-x=2$  ← есть решения, где  $x_1, x_2, \dots$  (хотя бы одно), где  $0 \leq x < 5$

$$2|x-2|-a-x-2=0$$

Если  $0 \leq x < 2$ , то  $|x-2|=2-x$

$$2(2-x)-a-x-2=0$$

$$4-2x-a-x-2=0$$

$$-3x-a+2=0$$

$$3x+a-2=0$$

$$x = \frac{2-a}{3}$$

$$0 \leq \frac{2-a}{3} < 5$$

$$\begin{cases} \frac{2-a}{3} \geq 0 \\ \frac{2-a}{3} < 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2-a \geq 0 \\ 2-a < 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2-a \geq 0 \\ 2-a < 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2-a \geq 0 \\ 2-a < 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 2 \\ a > -13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 2 \\ a > -13 \end{cases}$$

$$-13 < a \leq 2$$

Если  $2 \leq x < 5$ , то  $|x-2|=x-2$

$$2x-4-a-x-2=0$$

$$x-a-6=0$$

$$x=a+6$$

$$2 \leq a+6 < 5$$

$$\begin{cases} a+6 \geq 2 \\ a+6 < 5 \end{cases} ; \begin{cases} a \geq -4 \\ a < -1 \end{cases}$$

$$a \in (-13; 2] \cup [-4; -1)$$

$$a \in (-13; 2]$$

Ответ:  $a \in (-13; 2]$





$$t_1 = \frac{5000 \text{ м}^3}{200 \text{ м}^3/\text{сут}} = 25 \text{ сут.} \quad \sim 6 \quad \text{время цикла на I-м предпр.}$$

~~$a_1$  - цена 1-го цикла на I-м предпр.~~

~~$a_2$  - цена последующих циклов на I-м предпр.~~

~~Аналогично  $a_1$  и  $a_2$  на II-м~~

~~I предпр.~~

$$0,56 \cdot 5000 = 56 \cdot 50 = 2800 (\text{м}^3) - \text{привнесён в начале}$$

$$2800 \cdot 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,75 \cdot 0,8 = 28 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = 28 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \frac{3}{5} =$$

$$= 168 \cdot 7 \cdot \frac{3}{5} = 1176 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3528}{5} = \frac{7056}{10} = 705,6 (\text{м}^3) -$$

~~объём привнесённой I-го цикла~~

$$\frac{705,6 \text{ м}^3}{5000 \text{ м}^3 - (2800 \text{ м}^3 - 705,6 \text{ м}^3)} = \frac{705,6 \text{ м}^3}{2905,6 \text{ м}^3} \approx 24\%, \text{ не}$$

~~хватит одного цикла~~

$$t_2 = \frac{5000 \text{ м}^3}{200 \text{ м}^3/\text{сут}} = 25 \text{ сут}$$

$$\frac{50000 \text{ м}^3}{500 \text{ м}^3/\text{сут}} = 100 \text{ сут}$$

~~время I-го цикла на I-м предпр.~~

~~I цикл:~~

$$0,56 \cdot 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,75 \cdot 0,8 = \frac{14}{25} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} =$$

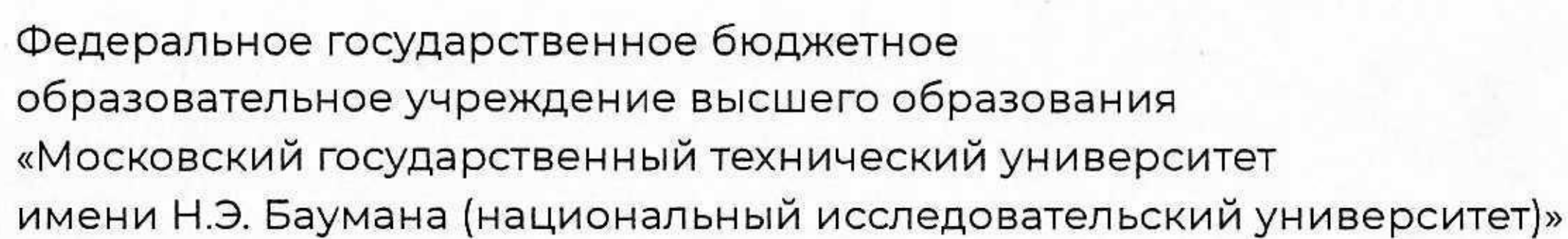
$$= \frac{14 \cdot 3 \cdot 7}{25 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10} = \frac{294}{3125} = \frac{441}{3125} > \frac{312,5}{3125} = 0,1 > 5\%$$

~~II цикл: объём привнесённой~~

~~II цикл:~~

$$\frac{441}{3125} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 7}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} \cdot \frac{63}{250} = \frac{29783}{781250} \approx 3\%$$





ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

## Вариант задания

Лист работы 3 из 3

чтобы пружина довести уровень приливов до  
допустимого, нужно 2 цикла

Объём воды в начале:  $0,44 \cdot 5000 \text{ м}^3 \approx 2200 \text{ м}^3$ ; объём  
примесей -  $2800 \text{ м}^3$

$$V_{\text{весь}} = 2200 \text{ м}^3 \cdot 8 + 2800 \text{ м}^3 \cdot (1+0,6) \cdot (1+0,7) \cdot (1+0,75) \cdot (1+0,8) \cdot (1+0,6) \cdot (1+0,7) \cdot (1+$$

↑  
2 ушка -  
8 тисов

$$+ 0,75 (1 + 0,85) ) ) ) ) = 77600 \text{ m}^3 + 2800 \text{ m}^3 \cdot 2,940234 \%$$

$$\approx 22,17600 \text{ м}^3 + 9644 \text{ м}^3 = 27244 \text{ м}^3 - \text{всего добычи}$$

который пропускает фильтры

$$\frac{27244 \text{ m}^3}{200 \text{ m}^3/\text{cwt}} = 136,22 \text{ cwt.}$$

$$\frac{27244 \text{ m}^3}{500 \text{ m}^3/\text{cvt}} = 54,488 \text{ cvt.}$$

От 15 мая до 15 сентября:  $(17 + 30 + 31 + 31 + 15)$  сут. =

$\approx 124$  сут. Значит, 1-предприятие не успеет

орисунг илгүлүгү

Dr. B. C. D. D. D.

ВЭ Стоимость II:  $55 \text{ цст.} \cdot 3000 \text{ руб./цст.} + 6000000 \text{ руб.} =$

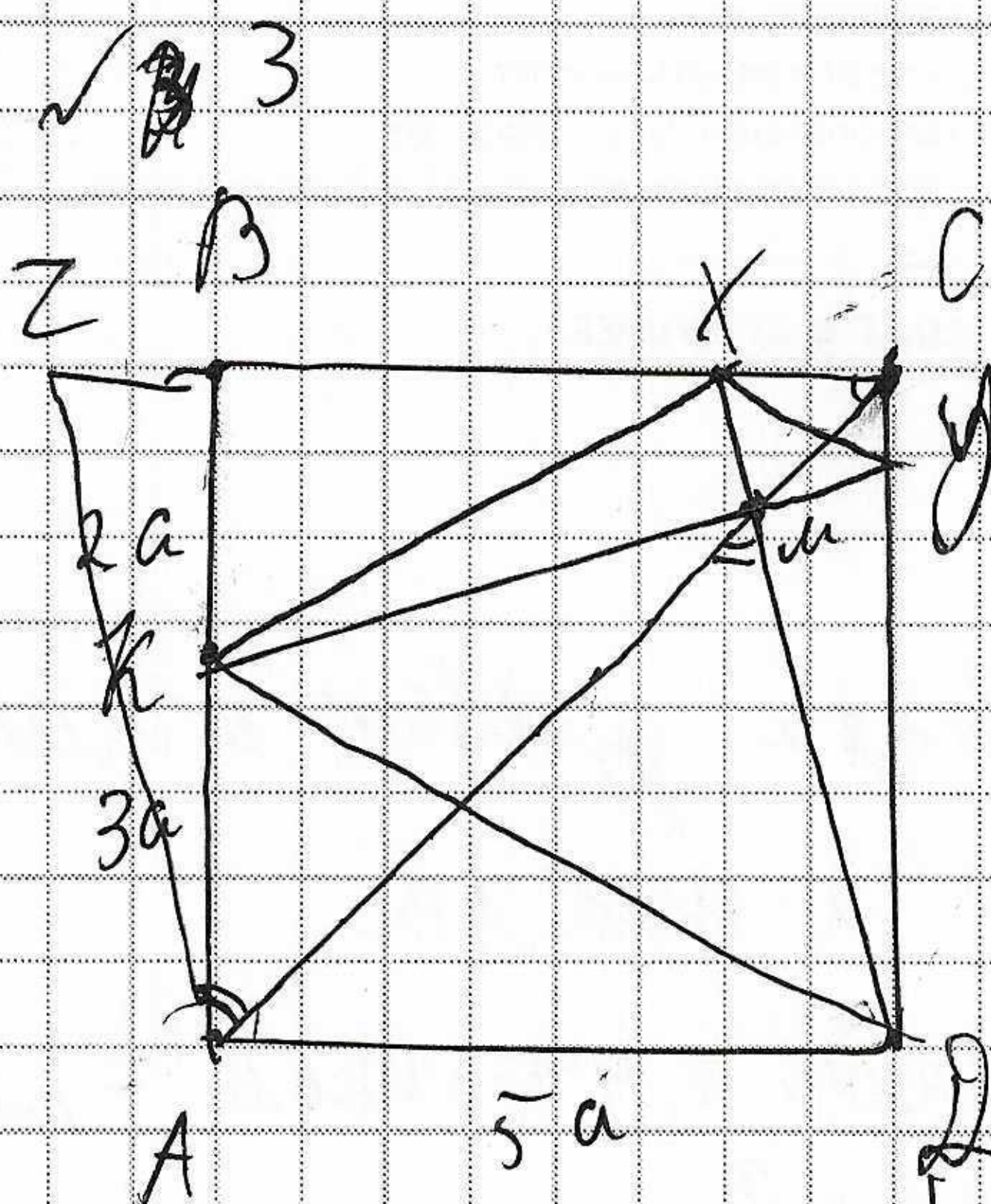
$= 6765000 \text{ руб.}$

Отв:  $\Pi$  - е соприкосновение, 6165000 руб.





Решение:



(AZ || DX)

Решение

1) По т. Пифагора в  $\triangle AKD$ :

$$KD^2 = (3a)^2 + (5a)^2 = 34a^2$$

$$KD = \sqrt{34}a$$

2) По т. П. в  $\triangle ABC$ :  $5a^2 + 5a^2 = AC^2$

$$AC = \sqrt{50}a; AM:MC = 5:1 \Rightarrow MC = \sqrt{2}a, AM = 4\sqrt{2}a$$

3) По т. Пифагора в  $\triangle ZAC$ :  $XM:AZ = MC:AC = 1:5$

4)  $AZ || DX$ ,  $ZM || AD \Rightarrow ZM \parallel AD$  - параллельно  $\Rightarrow ZA = XD$ ,

$$ZM = AD \Rightarrow ZM = BC \Rightarrow ZB = XC$$

5) Рассмотрим  $\triangle XM$  и  $\triangle ZM$

$\angle C$  - общий,  $\angle Z = \angle X$ , т.к.  $\angle X$  - внешний для параллельных  $ZM \parallel AD \Rightarrow \triangle XM \sim \triangle ZM \Rightarrow$

$$\Rightarrow XM:XM = \frac{1}{5} \Rightarrow XB = 4XM = 4ZB \Rightarrow XM = a, ZB = a, BX = 4a$$

6) Рассмотрим  $\triangle AKM$  и  $\triangle CMY$ .  $\angle M = \angle M$  как верт.;  $\angle A = \angle C$  по св-ву квадрата.  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \triangle AKM \sim \triangle CMY \Rightarrow \frac{CY}{KA} = \frac{CM}{AM} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5CY = KA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CY = \frac{3}{5}a \Rightarrow YD = 5a - \frac{3}{5}a = 4,4a$$

7) По т. Пифагора  $KX^2 = (2a)^2 + (4a)^2 = 20a^2 \Rightarrow KX = \sqrt{20}a$

8) По т. Пифагора:  $XY = \sqrt{KX^2 + CY^2} = \sqrt{\frac{34}{25}}a$

$$9) XYDK:  $XY^2 + KD^2 = \frac{34}{25}a^2 + 34a^2 = \frac{884}{25}a^2 = XK^2$  Ответ:  $90^\circ$$$